

Przyjrzyj się rysunkowi. Chłopcy zgadywali, jaka liczba jest rozwiązaniem równania zapisanego na tablicy.



Aby sprawdzić, który z chłopców ma rację, trzeba obliczyć wartość wyrażenia występującego po lewej stronie równania dla $x = -3$ oraz dla $x = 3$ i porównać otrzymane wyniki z liczbą po prawej stronie równania.

$$2 \cdot (-3) - 10 = -6 - 10 = -16$$

Wartość wyrażenia
 $2x - 10$ dla $x = -3$.

$$2 \cdot 3 - 10 = 6 - 10 = -4$$

Wartość wyrażenia
 $2x - 10$ dla $x = 3$.

Z obliczeń wynika, że liczba -3 nie spełnia równania $2x - 10 = 4$, bo $-16 \neq -4$, a liczba 3 spełnia to równanie.

ZADANIA

1. Spróbuj zgadnąć, jaka liczba jest rozwiązaniem równania.

- a) $x + 5 = 12$ c) $20 - x = 18$ e) $c - 8 = 11$ g) $2x + 1 = 5$
 b) $2 \cdot y = 30$ d) $\frac{z}{3} = 5$ f) $\frac{1}{3} \cdot w = 3$ h) $3(x + 1) = 6$

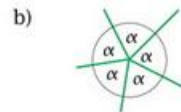
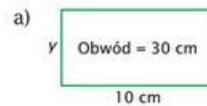
2. Jedną z liczb: $-1, 1, 3$ spełnia podane równanie. Która?

- a) $2x - 3 = 3$ b) $4x + 7 = 3$ c) $3(1 - x) = 0$

3. Które z poniższych równań spełnia liczba -2 ?

- $2x - 1 = 2$ $3 - 2x = 7$ $8 = 7 - \frac{1}{2}x$

4. Zapisz odpowiednie równania i zgadnij ich rozwiązania.

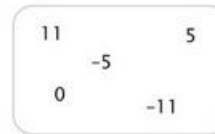


5. Zapisz równania, które odpowiadają poniższemu rysunkowi. Spróbuj zgadnąć, jakie liczby spełniają te równania. Sprawdź swoje przypuszczenia.



6. Którą liczbę z ramki można wpisać w miejscu znaku zapytania, aby rozwiązaniem otrzymanego równania była liczba 5?

$$3x - 4 = ?$$



7. Jaką liczbą należy zastąpić kwadracik, aby otrzymać równanie, które spełnia liczba 1?

- a) $3x + 2 = \blacksquare$ b) $4x + 1 = \blacksquare$ c) $2x - 3 = \blacksquare$

8. Wybierz dowolną liczbę i zapisz dwa różne równania, które spełnia ta liczba.

9. Jedno z poniższych równań nie ma żadnych rozwiązań. Które?
 $x^2 = 9$ $x^3 = -8$ $x + 1 = x$ $2 - x = 2$ $2x = x$

10. Jaka to liczba, która nie zmieni się po podwojeniu i zmniejszeniu wyniku o 1?

Zapisz to pytanie w postaci równania i spróbuj zgadnąć jego rozwiązanie.

super zagadka

Suma dwóch liczb wynosi 100, a ich różnica 40. Znajdź te liczby.

To zadanie ułożył grecki matematyk Diofantos około 1800 lat temu. Oznacz literą x mniejszą z liczb, zapisz odpowiednie równanie i zgadnij jego rozwiązanie.



Rozwiązywanie równań

Gdy równanie jest nieskomplikowane, dosyć łatwo odgadnąć jego rozwiązanie. W tym rozdziale poznasz metody rozwiązywania nieco bardziej skomplikowanych równań. Do zilustrowania tych metod posłużymy się wagami. Przyjrzyj się rysunkom. Literą x oznaczono masę worka. Obok każdej wagi znajduje się równanie opisujące sytuację na tej wadze.



$$\begin{array}{l}
 2x + 3 = 9 \\
 \begin{array}{c} -3 \\ \left. \begin{array}{l} \text{Od obu stron} \\ \text{równania} \\ \text{odejmujemy } 3. \end{array} \right\} -3 \\
 2x = 6 \\
 \begin{array}{c} :2 \\ \left. \begin{array}{l} \text{Obie strony} \\ \text{równania} \\ \text{dzielimy} \\ \text{przez } 2. \end{array} \right\} :2 \\
 x = 3
 \end{array}
 \end{array}$$

Gdy od obu stron równania odejmiemy to samo wyrażenie lub do obu stron równania dodamy to samo wyrażenie, zmienia się postać równania, ale nie zmienia się jego rozwiązanie. Podobnie jest, gdy obie strony równania mnożymy lub dzielimy przez tę samą liczbę różną od zera.

przykłady

$$\begin{array}{lll}
 y - 45 = 54 & 2x = x + \frac{1}{7} & 5,2 = 0,3 + x \\
 +45 \downarrow \downarrow +45 & -x \downarrow \downarrow -x & -0,3 \downarrow \downarrow -0,3 \\
 y = 99 & x = \frac{1}{7} & 4,9 = x \\
 \\
 4x = 3 & \frac{x}{5} = 18 & -2x = 4 & \frac{3}{4}x = 6 \\
 :4 \downarrow \downarrow :4 & \cdot 5 \downarrow \downarrow \cdot 5 & :(-2) \downarrow \downarrow :(-2) & \cdot \frac{4}{3} \downarrow \downarrow \cdot \frac{4}{3} \\
 x = \frac{3}{4} & x = 90 & x = -2 & x = 8
 \end{array}$$

Ćwiczenie A. Jakimi liczbami należy zastąpić kwadraciki, a jakimi — znaki zapytania?

$$\begin{array}{cccc}
 -55 + x = 100 & x + 16 = 40 & 8 + x = -6 & -3 = x - 6,5 \\
 + \square \downarrow \downarrow + \square & - \square \downarrow \downarrow - \square & - \square \downarrow \downarrow - \square & + \square \downarrow \downarrow + \square \\
 x = ? & x = ? & x = ? & ? = x
 \end{array}$$

Ćwiczenie B. Jakimi liczbami należy zastąpić kwadraciki, a jakimi — znaki zapytania?

$$\begin{array}{cccc}
 3x = -12 & 2,4x = 4,8 & -\frac{1}{3}x = \frac{1}{2} & \frac{2}{3}x = 5 \\
 : \square \downarrow \downarrow : \square & : \square \downarrow \downarrow : \square & \cdot \square \downarrow \downarrow \cdot \square & \cdot \square \downarrow \downarrow \cdot \square \\
 x = ? & x = ? & x = ? & x = ?
 \end{array}$$

Gdy rozwiązujemy równanie, wykonywane kolejno operacje na obu stronach równania wygodnie jest zapisać z boku równania (za kreską). Po rozwiązaniu równania warto sprawdzić, czy otrzymana liczba spełnia to równanie.

przykłady

Można zapisywać tak: $5x + 6 = 10$

$$\begin{array}{l}
 -6 \downarrow \downarrow -6 \\
 5x = 4 \\
 :5 \downarrow \downarrow :5 \\
 x = \frac{4}{5}
 \end{array}$$

Można zapisywać tak: $5x + 6 = 10 \quad | -6$

$$\begin{array}{l}
 5x = 4 \quad | :5 \\
 x = \frac{4}{5}
 \end{array}$$

Sprawdzenie: $5 \cdot \frac{4}{5} + 6 = 4 + 6 = 10$

Liczba $\frac{4}{5}$ jest rozwiązaniem równania.

ciekawostka

W XVI wieku we Włoszech organizowano konkursy w rozwiązywaniu zadań za pomocą równań. Matematyk biorący udział w takim konkursie przygotowywał pewną liczbę zadań dla przeciwnika. Po pewnym czasie każdy z zawodników przedstawiał roz-

wiązania. Jeśli jeden z zawodników rozwiązał np. o 5 zadań mniej niż jego przeciwnik, był zobowiązany postawić obiad 5 przyjaciółom zwycięzcy. Ta sportowa rywalizacja doprowadziła do odkrycia metody rozwiązywania niektórych typów równań.

Gdy w równaniu występują wyrażenia algebraiczne, które można uprościć, to rozwiązywanie zaczynamy od zapisania wyrażen w prostszej postaci.

przykłady

$x - 3 - \frac{1}{4}x + 2 = 8$	$2 \cdot 8x + 5 = 7$	$\frac{2x+3x}{4} = 2$
$\frac{3}{4}x - 1 = 8 \quad +1$	$16x + 5 = 7 \quad -5$	$\frac{5x}{4} = 2 \quad \cdot 4$
$\frac{3}{4}x = 9 \quad : \frac{3}{4}$	$16x = 2 \quad : 16$	$5x = 8 \quad : 5$
$x = 9 : \frac{3}{4}$	$x = 2 : 16$	$x = 8 : 5$
$x = 9 \cdot \frac{4}{3}$	$x = \frac{2}{16}$	$x = \frac{8}{5}$
$x = 12$	$x = \frac{1}{8}$	$x = 1\frac{3}{5}$

ZADANIA

1. Rozwiąż równania:

- | | | |
|--------------------------------------|------------------------|-----------------------|
| a) $x + 75 = 57$ | d) $3 - x = -2$ | g) $\frac{b}{3} = 45$ |
| b) $1\frac{2}{3} + y = 2\frac{3}{4}$ | e) $5y = 13$ | h) $7a + 7 = 35$ |
| c) $t - 34 = -35$ | f) $\frac{1}{7}x = -2$ | i) $2 - 2x = 5$ |

2. Rozwiąż równania:

- | | |
|------------------|--------------------------|
| a) $97 = 2x - 5$ | c) $17 = 11 - 12x$ |
| b) $43 = 7 + 9x$ | d) $3 = \frac{x}{2} - 1$ |

Strony równania możemy ze sobą zamieniać: $97 = 2x - 5$ oraz $2x - 5 = 97$ to te same równania.

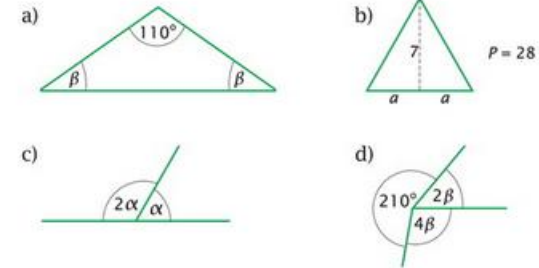
3. Zapisz równania w prostszej postaci i je rozwiąż.

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|---|
| a) $2x - 3 + x = 8$ | c) $3x - 2x + 3 = 1$ | e) $\frac{8-2x}{2} = 10$ |
| b) $3 \cdot 5x - 7 = 3$ | d) $\frac{4x+x}{3} = 4$ | f) $\frac{3}{4}x - 5 + \frac{1}{4}x = 10$ |

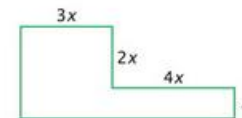
4. Znajdź liczbę x , dla której:

- a) wartość wyrażenia $1 - 5x$ jest równa -9 ,
 b) wartość wyrażenia $6x + 7$ jest równa 0 .

5. Ułóż i rozwiąż odpowiednie równania:

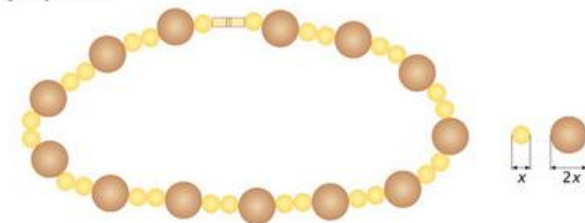


6. Ułóż i rozwiąż odpowiednie równania:



7. Obwód sześciokąta pokazanego obok jest równy 40 cm. Oblicz długości boków tego sześciokąta.

8. Sznur koralu nawleczonych tak jak na rysunku ma długość 430 mm. Duże korale mają średnicę dwa razy większą niż małe. Zapinka ma długość 14 mm. Jaka średnicę mają małe korale, a jaką duże?



super zagadka

Jeżeli liczbę x zwiększymy o połowę, a następnie wynik zmniejszymy trzykrotnie, otrzymamy sześćian liczby 4. Znajdź liczbę x .



Zadania tekstowe

Poniższy przykład pokazuje, jak można rozwiązywać zadania tekstowe za pomocą równań.

przykłady

W pewnej klasie uczy się 29 uczniów. Dziewcząt jest o 5 więcej niż chłopców. Ilu chłopców i ile dziewcząt jest w tej klasie?

Rozwiązanie:

x — liczba chłopców
 $x + 5$ — liczba dziewcząt



I etap
Ustalamy niewiadomą, oznaczamy ją literą i zapisujemy informacje związane z tą niewiadomą.

$$\begin{array}{c} x + x + 5 = 29 \\ \swarrow \quad \downarrow \quad \searrow \\ \text{liczba} \quad \text{liczba} \quad \text{liczba} \\ \text{chłopców} \quad \text{dziewcząt} \quad \text{uczniów} \end{array}$$



II etap
Zapisujemy odpowiednie równanie (wynikające z treści zadania).

$$\begin{aligned} x + x + 5 &= 29 \\ 2x + 5 &= 29 \quad | -5 \\ 2x &= 24 \quad | :2 \\ x &= 12 \end{aligned}$$



III etap
Rozwiązujemy równanie.

Liczba chłopców: 12
Liczba dziewcząt: $12 + 5 = 17$
Liczba uczniów: $12 + 17 = 29$



IV etap
Sprawdzamy, czy otrzymane rozwiązanie jest zgodne z treścią zadania.

Odp. W tej klasie jest 12 chłopców i 17 dziewcząt.



V etap
Zapisujemy odpowiedź.

Zauważ, że powyższe zadanie mogliśmy rozwiązać, oznaczając literą x liczbę dziewcząt. Wówczas liczba chłopców wynosiłaby $x - 5$.

Ćwiczenie. Rozwiąż powyższe zadanie, oznaczając literą x liczbę dziewcząt.

ZADANIA

1. W poniższych zadaniach oznacz niewiadomą dowolną literą, a następnie zapisz i rozwiąż odpowiednie równanie.

a) Za trzy ołówki po 0,60 zł i 4 zeszyty zapłacono 7 zł. Ile kosztuje zeszyt?

b) Pani Ela kupiła 3 kg ziemniaków. Zapłaciła banknotem 10-złotowym i otrzymała 4,60 zł reszty. Ile kosztował 1 kg ziemniaków?

c) Trzy jednakowe piłki i skakanka kosztowały 17 zł. Ile kosztowała piłka, jeśli skakanka kosztowała 5 zł?

2. W trzech klasach szóstych jest razem 72 uczniów. W klasie VIa jest 26 uczniów, a w klasie VIb jest tyle samo uczniów co w klasie VIc. Ilu uczniów liczy klasa VIb?

3. Karolina ma trzy razy więcej pocztówek niż Asia, a razem mają 76 pocztówek. Ile pocztówek ma Asia?

4. Tomek zebrał o 12 grzybów więcej niż Artur, a razem zebrał 98 grzybów. Ile grzybów zebrał Artur?

5. Garnek zawierający groch z kapustą waży 4,5 kg. Pusty garnek waży 2 kg, a kapusta waży 4 razy więcej niż groch. Ile waży groch, a ile — kapusta?



6. Pani Ewa kupiła sobie bluzkę, sukienkę i żakiet. Razem zapłaciła 532 zł. Sukienka kosztowała o 67 zł więcej niż bluzka, a cena żakietu była 3 razy większa niż cena bluzki. Ile kosztowała bluzka, ile — sukienka, a ile — żakiet?

7. Edek jest o 2 lata starszy od Ali. Razem mają 4 razy więcej lat niż ich najmłodszy braciszek, który skończył właśnie 3 latka. Ile lat ma Ala, a ile — Edek?